**UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA LA MOLINA**

Facultad de Economía y Planificación

Departamento Académico de Estadística e Informática



**Tercer Avance**

**Curso**:

* Estadística no paramétrica

**Profesor:**

* Porras Cerrón, Jaime Carlos

**Alumnos:**

* Briceño Francia, Milagros Camila
* Espinoza Vela, Estéfano André
* Sacsa Novoa, Diana Mercedes Elizabeth
* Salinas Torres, Angie Carol

2021

**PRUEBA NO PARAMÉTRICA:**

**PRUEBA DE BARNARD**

**ÍNDICE**

[**ASPECTOS GENERALES** 3](#_Toc82023581)

[**SUPUESTOS** 5](#_Toc82023582)

[**OBJETIVOS DE LA PRUEBA** 5](#_Toc82023583)

[**MARCO TEÓRICO** 5](#_Toc82023584)

[**Pruebas para tablas de contingencia 2 x 2** 5](#_Toc82023585)

[**Prueba de Barnard** 7](#_Toc82023586)

[**BIBLIOGRAFÍA** 9](#_Toc82023587)

# **ASPECTOS GENERALES**

George Alfred Barnard fue un estadístico británico que entre sus aportes se encuentra la aplicación por primera vez del muestreo Monte Carlo para evaluar la significación en un contraste de hipótesis (1963) y la prueba exacta de Barnard (1945).

La prueba de Barnard examina la asociación de dos variables categóricas usando tablas de contingencia 2 x 2.

Es una prueba exacta, es decir, permite obtener un nivel de significación exacto sin confiar en supuestos que los datos podrían no cumplir. Maximiza el tamaño de la prueba al considerar todos los valores posibles de los parámetros que no son de interés, pero que son necesarios para el análisis de los parámetros de interés (parámetros de molestia) y así lograr maximizar el p-valor; otorgando resultados fiables, independientemente del tamaño, la distribución, la dispersión o el equilibrio de los datos.

Además, la prueba de Barnard es considerada como una alternativa más poderosa que la prueba exacta de Fisher porque es una prueba que no condiciona los márgenes de la tabla de contingencia.



**George Alfred Barnard**

**(1915 – 2002)**

# **SUPUESTOS**

* Se asume que las distribuciones de las dos muestras utilizadas son binomiales y no dependen una de la otra. Por ende, las respuestas de cada una de ellas también serán independientes.
* Las variables de interés son de tipo cualitativa (nominal u ordinal). Si se trabaja con variables de tipo intervalo o razón, se deben categorizar.

# **OBJETIVOS DE LA PRUEBA**

* Analizar variables nominales binarias que provienen de dos muestras independientes.
* Determinar si los dos grupos difieren en las proporciones en la clasificación de la variable de estudio.

# **MARCO TEÓRICO**

## **Pruebas para tablas de contingencia 2 x 2**

Uno de los casos más fáciles de estudiar y también de los más comunes es el de tablas de contingencia 2 x 2. En donde se tienen dos muestras que provienen de una distribución normal y se busca probar si su parámetro  es el mismo.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Respuesta** | **Muestra 1** | **Muestra 2** | **Total de Filas** |
| **Éxitos** |  |  |  |
| **Fracasos** |  |  |  |
| **Total de Columnas** |  |  |  |

Siendo:  y  cantidades fijas.

Y se plantean las siguientes hipótesis:



Donde, bajo el supuesto de que  es cierta, los valores de las probabilidades de éxito serían:



La probabilidad de tener un valor para  y es:



Por lo tanto, el problema para encontrar el p-valor de la hipótesis nula, radica en que en la función anterior desconocemos el parámetro , que es considerado por algunos autores como un parámetro de molestia.

Para probar esta hipótesis existen dos pruebas:

* Pruebas condicionadas:   
  + En donde los totales de las filas ( y ) son fijos.
  + Fisher en 1934 propuso eliminar este parámetro (), condicionando en total de filas a los totales observados en la tabla de contingencia. Basándose en el principio de suficiencia (los totales marginales de la tabla 2 x 2 son estadísticos suficientes de los parámetros conocidos) y de estadísticos auxiliares.

* Pruebas incondicionadas:
  + En donde los totales de las filas ( y ) son variables aleatorias.
  + Se propone considerar todos los valores posibles del parámetro  para maximizar el resultado de la prueba.

## **Prueba de Barnard**

En este caso en particular, estamos hablando de una prueba no condicionada, por lo que se utilizará el siguiente procedimiento para el desarrollo de la prueba de hipótesis:

* Los datos consisten en dos muestras independientes de dos poblaciones respectivamente.
* Calcular el p-valor según la hipótesis alterna, mediante los criterios que a continuación se presentarán.

Siendo:  0 < < 1 y 0 < < 1.

Las hipótesis pueden tomar alguna de las siguientes formas:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Bilateral** | **Unilateral** | |
|  |  |  |

Al comparar las pruebas exactas de Fisher y Barnard, la pérdida de potencia debida a la mayor discreción del estadístico de Fisher se compensa de alguna manera con el requisito de que la prueba exacta de Barnard debe maximizar sobre todos los valores  posibles, mediante la elección del parámetro de molestia, . Para tablas de 2 x 2, la pérdida de potencia debida a la discreción domina sobre la pérdida de potencia debida a la maximización, lo que resulta en una mayor potencia para la prueba exacta de Barnard. Pero a medida que aumenta el número de filas y columnas de la tabla observada, el factor maximizador tenderá a dominar y la prueba exacta de Fisher alcanzará una potencia mayor que la de Barnard.

La prueba incondicionada de Barnard para la superioridad se aplicó a tablas de contingencia 2 x 2 usando las estadísticas Score o Wald para la diferencia entre dos proporciones binomiales.

Para una tabla de contingencia 2x2, como  , la diferencia normalizada en proporciones entre las dos categorías, dada en cada columna, se puede escribir con la varianza combinada (estadística de puntuación) como:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Variable 1** | |
| **Variable 2** |  |  |
|  |  |
| **Totales** |  |  |



Donde ,  ,  ,  y 

Otra alternativa es con la varianza no agrupada (estadístico de Wald), la diferencia en proporciones podemos escribirla como:



La probabilidad de observar es:



Donde  es el parámetro de molestia desconocido.

La prueba de Barnard considera todas las tablas con tamaños de categoría  y  para un dado . El p-valor es la suma de las probabilidades de que las tablas tengan una puntuación en la región de rechazo, por ejemplo, que tengan significativamente gran diferencia en proporciones para una prueba de dos colas.

El p-valor de la prueba es el p-valor máximo calculado sobre todos los (parámetro de molestia) entre 0 y 1.

 ; 

# **BIBLIOGRAFÍA**

Barnard G.A. (1945). A New Test for 2 × 2 Tables. *Nature* **156** (3954): 177.

Comprehensive R Archive Network (CRAN). (2016, 20 octubre). CRAN - Package Barnard. R. https://cran.r-project.org/web/packages/Barnard/index.html

IBM Corporation. (2021). Pruebas Exactas. recuperado de https://www.ibm.com/docs/es/spss-statistics/version-missing?topic=crosstabs-exact-tests

Mehrotra, D.V., Chan, I.S.F., Berger, R.L. (2003). A Cautionary Note on Exact Unconditional Inference for a Difference between Two Independent Binomial Proportions. *Biometrics*. **59**: 441–450.

Mehta, Cyrus & Senchaudhuri, Pralay. (2003). Conditional versus Unconditional Exact Tests for Comparing Two Binomials.

Tal Galili. (2010). R-statistics blog. Barnard's exact test – a powerful alternative for Fisher's exact test (implemented in R).